Meccanica dei Solidi

Dott. Mauro Sassu

3 Marzo 2015

Elisa Scelti

Libro di testo:
- Scienza delle costruzioni
- Sollazzo Marzano vol. 2 Scienza delle costruz.
- Via Tento, (TEP) " + appunti di lezione

Prova orale → esercizio iniziale e proseguimento con domande

Meccanica = studio del movimento (del moto) suddiviso in:
a. cinematica
b. statica
c. dinamica

a. descrive il moto (senza indicare le cause) grandezze che compaiono: lunghezze → velocità → accelerazioni

b. indica le cause dell'assenza del moto (condizione di equilibrio) forze o grandezze associate es.: $F \cdot s = L$

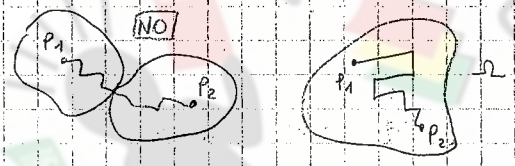
c. cause di presenza del moto. Forze → $F = ma$

Nel corso ci occuperemo principalmente di a. e b., anche se i moti che studieremo saranno quasi impercettibili

Solidi suddivisi in classi: 1) CORPO CONTINUO o solido internamente CONNESSO

$\forall P_1, P_2 \in \Omega \; \exists$ linea spezzata di punti interni ad Ω che li collega.

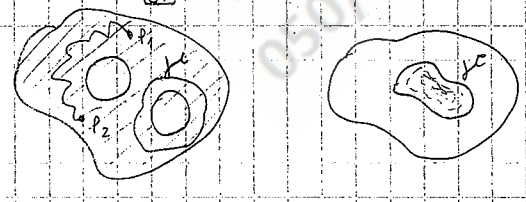
es



2) CORPO MONOCONNESSO (senza "buchi")

$\forall \gamma^c$ (gamma chiusa) $\in \Omega$ tale che riducendolo il diametro di γ^c a zero, γ^c continua ad $\in \Omega$

es



3) CORPO PLURICONNESSO: se non è monoconnesso

Classificazione meccanica dei solidi: 3 grandi categorie

(I) Solidi con UNA dimensione prevalente => (FILI, TRAVI)

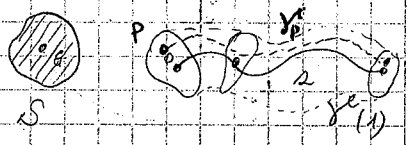
(II) Solidi con DUE dimensioni prevalenti => (MEMBRANE, LASTRE)

(III) Solidi senza dimensioni prevalenti. => (altri solidi)

MASTER COPY Cell. 388 9837745 Tel. 050 8312126
MASTER COPY PISA

① Solido 1-dim prevalente: Solido generato dal movimento di una superficie regolare piana S, il cui baricentro $\in$ ad una curva regolare γ^c e tale che la normale esterna ad S sia tangente a γ^c

Per disegnarla occorrono una superficie piana S ed una curva piana



$\vec{n}$ = versore normale a γ^c

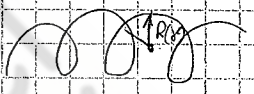
ed inoltre • $L(\gamma^c) \gg D(S)$ la lunghezza della curva deve essere molto maggiore del diametro max della superficie

$D(S)$ = massima distanza ($P_1, P_2 \in S$)

• $\max R(\gamma^c) \gg D(S)$ vogliamo anche che i raggi di curvatura devono essere molto grandi

Nomenclatura: γ^c è detto Asse

S è detto Sezione



(Se si prevede che S vari imponiamo che qualunque traiettoria di $P \in S$, che è detta FIBRA di S valga:

$L(\gamma^c_P) \gg D(S)$

$\min R(\gamma^c_P) \gg D(S)$



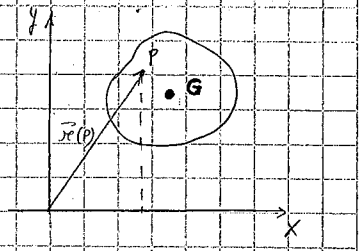
Vogliamo che se si dovesse essere una variazione, questa deve essere molto piccola.



Imponiamo che se: • $L(\gamma^c) \simeq 10 \div 50\ D(S)$ $\Rightarrow$ parleremo di TRAVE

• $L(\gamma^c) \simeq 50 \to +\infty$ $\Rightarrow$ FILO o FUNE

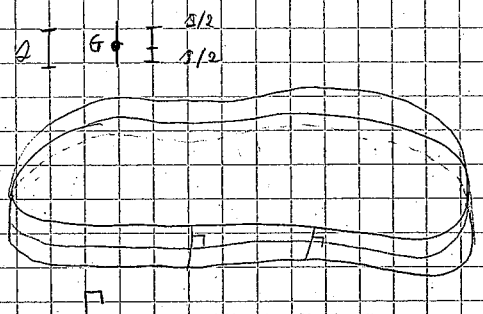
Def: Baricentro con le componenti:



$$x_G = \frac{\int_S \vec{x}_x \, dx\,dy}{\int_S 1 \, dx\,dy} = \frac{\int_S \vec{x}_x \, dx\,dy}{A}$$

$$y_G = \frac{\int_S \vec{x}_y \, dx\,dy}{\int_S 1 \, dx\,dy} = \frac{\int_S \vec{x}_y \, dx\,dy}{A}$$

(II) Solido 2-DIM prevalente : Solido generato dal movimento di un segmento Δ lungo una superficie regolare Γ (gamma grande) tale che il baricentro di Δ $\in \Gamma$ ed Δ sia $\perp$ a Γ $\forall$ ogni punto di appartenenza. ed inoltre:



- $D(\Gamma) >> \Delta$
- $R_{min}(\Gamma) >> \Delta$

Imporremo che: se • $D(\Gamma) \simeq 10 \div 50\ \Delta$ => parleremo di LASTRA

• $D(\Gamma) > 50\ \Delta \rightarrow +\infty$ -> parleremo di MEMBRANA

Classificazione delle TRAVI – travi RETTE ($\gamma^a \in$ retta)
– ARCHI ($\gamma^a \notin$ retta)

LASTRE – PIASTRE ($\Gamma \in$ piano)
– VOLTE/CUPOLE o GUSCI ($\Gamma \notin$ piano)

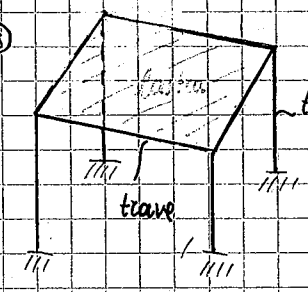
(III) Solidi senza dimensioni prevalenti : si studiano genericamente con la meccanica dei solidi.

Problema strutturale

1) condizioni di equilibrio
2) Requisiti di resistenza del materiale
3) Requisiti di deformabilità del solido
4) Requisiti di stabilità dell'equilibrio
5) Requisiti di duttilità es vetro vs acciaio
6) Requisiti di fatica es filo di ferro da rompere
7) Requisiti di viscosità es cemento armato (deformazioni differite)

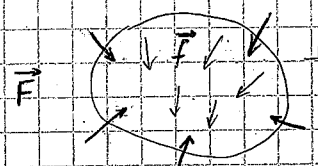
analizzeremo soprattutto questi primi 4 aspetti

(es)



Tettoia formata da 4 travi rette 2 orizz. e 2 vert. e da una lastra piana

Analisi della tensione



Immaginiamo che agiscano delle forze ESTERNE:

1) Forze di VOLUME (di massa)

$\vec{f}$ $[F/L^3]$

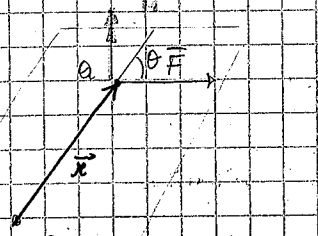
2) Forze di SUPERFICIE (di contatto)

$\vec{F}$ $[F/L^2]$

<u>Condizioni di equilibrio</u>:

$$\int_\Omega \vec{f}_A \, dV + \int_{\partial\Omega} \vec{F} \, d\mathcal{S} = \emptyset$$ Equilibrio alla <u>traslazione</u>

$$\int_\Omega \vec{f}_A \times \vec{x} \, dV + \int_{\partial\Omega} \vec{F} \times \vec{x} \, d\mathcal{S} = \emptyset$$ Equilibrio alla <u>rotazione</u>

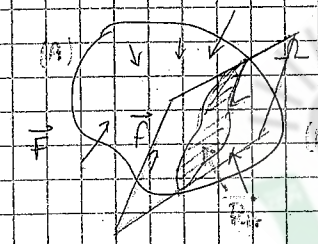


$$|\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{x}| \sin\theta$$

↓

Momento di una forza

Prendiamo ora il corpo, con le forze in equilibrio e supponiamo di dividerlo in due.
Vale il <u>Principio di Eulero</u> = se un corpo è in equilibrio ogni sua parte è in equil.



Poiché $\vec{f}_A$ e $\vec{F}_A$ non saranno in genere in equilibrio le ulteriori forze agenti sulla superficie di taglio che dovranno esistere, sono le FORZE di SUPERFICIE INTERNE $\vec{R}_A$

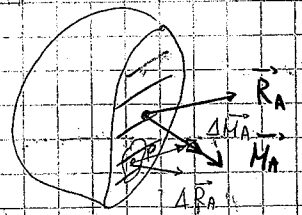
$\vec{S}_A$ = risultante delle FORZE ESTERNE

$\vec{R}_A$ = risultante delle FORZE INTERNE

$\vec{m}_A$ = momento risultante delle FORZE ESTERNE

$\vec{M}_A$ = momento risultante delle FORZE INTERNE

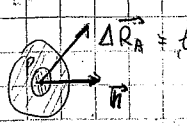
$$\begin{cases} \vec{S}_A + \vec{R}_A = \emptyset \\ \vec{m}_A + \vec{M}_A = \emptyset \end{cases}$$



$\Delta\vec{R}_A$ = risultante delle forze interne in un INTORNO di $P \in \mathcal{S}$ di taglio

$\Delta\vec{M}_A$ = momento risultante delle forze interne in un intorno di $P \in \mathcal{S}$ di taglio.

Mandiamo a 0 l'area della superficie.



$$\lim_{|\Delta\mathcal{S}| \to 0} \frac{\Delta\vec{R}_A}{|\Delta\mathcal{S}|} \overset{\text{def}}{=} \vec{t}_n(P, \vec{n})$$

punto normale esterna

VETTORE TENSIONE TOTALE in P lungo la normale $\vec{n}$

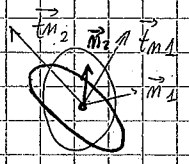
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

5 Marzo 2015

$\lim_{|\Delta S| \to 0} \frac{\Delta \vec{M}_A}{|\Delta S|} = \phi = \vec{m}_n$ poniamo $\quad$ Se $\vec{m}_n \neq 0$ SOLIDI POLARI o di COSSERAT

Ragionamento: Ruotando l'elemento superficiale cambia il $\vec{t}_m$ corrispondente, che essendo un vettore, va scomposto in componenti: vari modi.

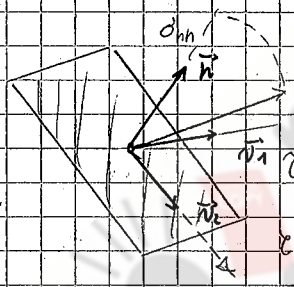


Decomposizione di $\vec{t}_m$ su Riferimento GLOBALE

$$\vec{t}_m \equiv (t_{mx}; t_{my}; t_{mz})$$

Decomposizione di $\vec{t}_m$ su Riferimento LOCALE

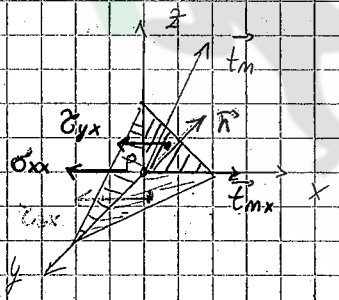
$$\vec{t}_m \equiv (\sigma_{nn}; \tau_{n\nu_1}; \tau_{n\nu_2})$$



σ_{nn} = TENSIONE NORMALE

$\tau_{n\nu_1}$; $\tau_{n\nu_2}$ = TENSIONI TANGENZIALI

Teorema del tetraedro di Cauchy



(*) $\sigma_{nn} = \vec{t}_n \cdot \vec{n} = t_{mx} \cdot n_x + t_{my} \cdot n_y + t_{mz} \cdot n_z$

Facciamo l'equilibrio del tetraedro lungo l'asse x (che poi applicheremo anche lungo gli altri assi: y e z)

quindi prendiamo solo le componenti lungo asse x

//// = faccia ⊥ asse x
//// = faccia ⊥ asse y
//// = faccia ⊥ asse z

L'equilibrio va sempre fatto sommando le forze ! e non le tensioni ⓘ

$$t_{mx} \cdot dA - \sigma_{xx} \cdot dA_x - \tau_{yx}\, dA_y - \tau_{zx}\, dA_z = 0$$

Dalla geometria si ha che $dA_x = n_x \cdot dA$; $dA_y = n_y \cdot dA$; $dA_z = n_z \cdot dA$

sostituendo abbiamo: $t_{nx} \cdot dA = \sigma_{xx} \cdot n_x \cdot dA + \tau_{yx} n_y\, dA + \tau_{zx} n_z\, dA$

Sostituendo (**) in (*) (**) $\Rightarrow$

$t_{mx} = \sigma_{xx} n_x + \tau_{yx} n_y + \tau_{zx} \cdot n_z$	Equil. direz. x
$t_{my} = \tau_{xy} n_x + \sigma_{yy} n_y + \tau_{zy} n_z$	Equil. direz. y
$t_{mz} = \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_{zz} n_z$	Equil. direz. z